Habuemus Haupttermin – die SRP in Mathematik (AHS) nach 2015 – wie war's und wie geht's weiter?

SONJA KRAMER, EVA SATTLBERGER

Im Mai 2015 wurde die standardisierte Reifeprüfung in Mathematik für alle AHS erstmalig verpflichtend durchgeführt. In diesem Artikel werden Klausuraufgaben aus dem Haupttermin 2015 im Hinblick auf Inhalt, Lösungsquote und Einstufung in das Kompetenzstufenmodell O-M-A analysiert. Zudem wird ein Ausblick auf den ab 2018 verpflichtenden Einsatz höherer Technologie (Einsatz elektronischer Hilfsmittel) gegeben.

1 Einleitung

Mittlerweile wurden im Rahmen der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Österreich im Fach Mathematik (AHS) seit 2014 (Durchführung eines Schulversuchs) insgesamt acht Klausurtermine inkl. Kompensationsprüfungen durchgeführt (Stand: Dezember 2016). Durch die Möglichkeit der Datengewinnung (flächendeckende Rückmeldungen auf Itemebene jeweils für die Haupttermine, ab dem Haupttermin 2016 auch jeweils für die beiden Nebentermine) konnten wichtige Erkenntnisse sowohl in organisatorischer als auch in fachdidaktischer Hinsicht gewonnen werden. Dies betrifft nicht nur die Formulierung von Aufgabenstellungen, sondern auch den Bereich der Korrekturanleitungen. Zudem konnten interessante Aufschlüsse über die empirische Schwierigkeit von Aufgabenstellungen gewonnen werden.

2 Ergebnisse und allgemeine Analysen

Für den Haupttermin 2015 (Prüfungstermin 1_2015) konnten Itemergebnisse von 16 993 Kandidatinnen und Kandidaten ausgewertet werden. Abbildung 1a zeigt die Notenverteilung der Klausur in Prozent, Abbildung 1b zeigt die Notenverteilung aufgeschlüsselt nach Geschlecht.

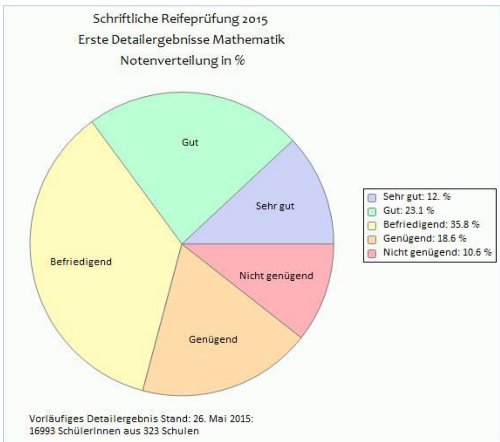
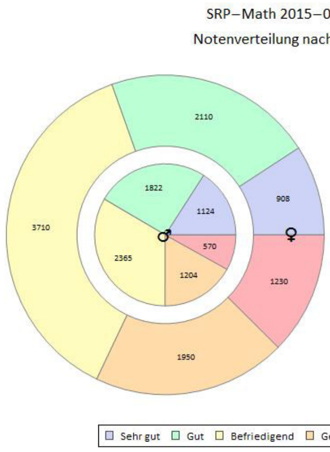


Abb. 1a: Notenverteilung Klausurergebnisse Prüfungstermin 1_2015



	♂	♀	GES
SchülerInnen	7085	9908	16 993
Sehr gut	15.9%	9.2%	12.%
Gut	25.7%	21.3%	23.1%
Befriedigend	33.4%	37.4%	35.8%
Genügend	17.%	19.7%	18.6%
Nicht genügend	8.%	12.4%	10.6%

Abb. 1b: Notenverteilung Klausurergebnisse Prüfungstermin 1_2015 nach Geschlecht

Im Rahmen der mündlichen Kompensationsprüfung haben die Kandidatinnen und Kandidaten die Möglichkeit, eine negative Beurteilung schriftlicher Klausuren im Rahmen desselben Termins auszubessern und damit einen Laufbahnverlust zu vermeiden. Die Kompensationsprüfungen werden – wie die schriftlichen Klausuren – zentral vorgegeben und vom BIFIE (ab 2017 BMB) erstellt. Abbildung 2 zeigt die Endergebnisse des Prüfungstermins 1_2015 nach den Kompensationsprüfungen.

Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG), Heft 49, 2016, S. 60 - 73.

Ergebnisse der schriftlichen Klausurarbeiten Gesamtösterreich nach KOP – Stand Juni 2015		
Mathematik		
positiv	95,9%	
negativ	4,1%	
	männlich	weiblich
positiv	96,8%	95,2%
negativ	3,2%	4,8%

Abb. 2: Ergebnisse der schriftlichen Klausurarbeiten (nach Kompensationsprüfungen) in Prozent

Allgemeine Analysen der Prüfungstermine 1 2015 und 2016 (siehe Abbildungen 3 und 4) zeigen, dass es auch auf Itemebene große Schwankungen zwischen einzelnen Klassengruppen gibt. Die Gründe dafür scheinen vielfältig zu sein und bedürfen in den kommenden Jahren – sofern sich dabei wiederholende Muster zeigen – einer genaueren Untersuchung.

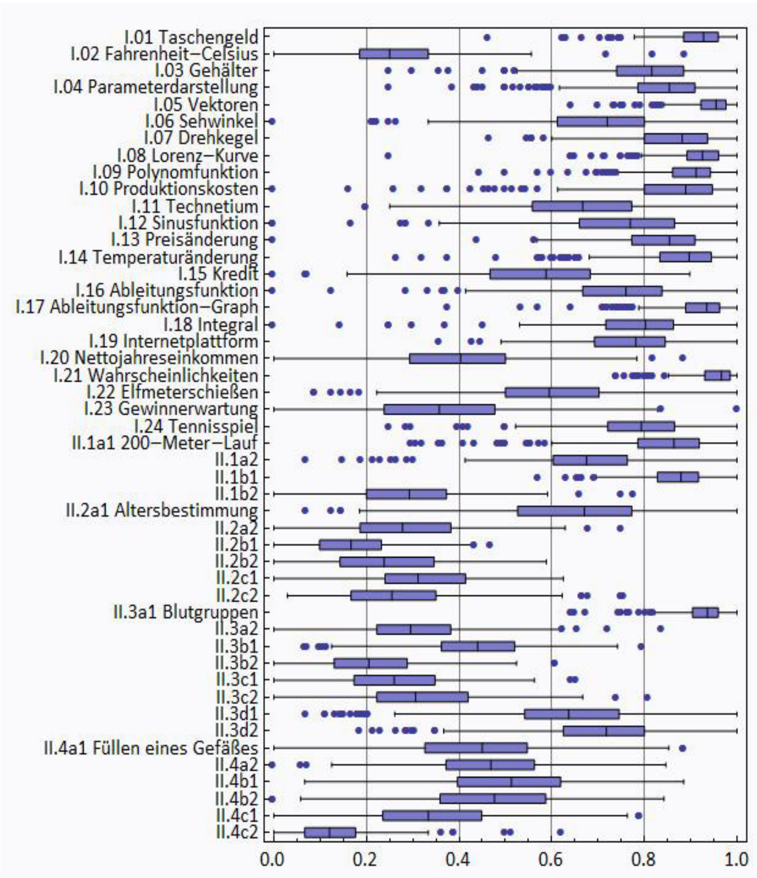


Abb. 3: Streuung der Klassenergebnisse auf Itemebene Prüfungstermin 1_2015

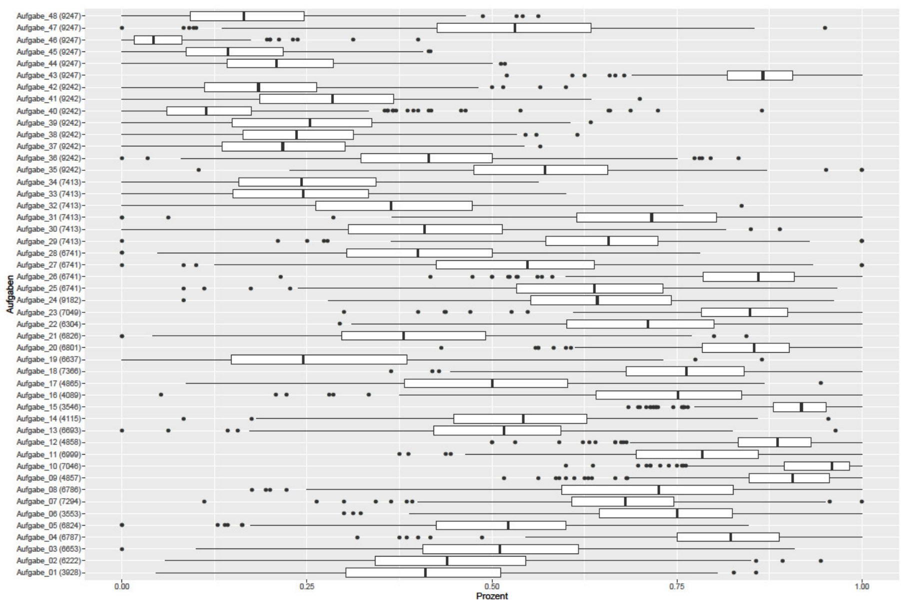


Abb. 4: Streuung der Klassenergebnisse auf Itemebene Prüfungstermin 1_2016

Abbildung 5 soll die „Passung“ der Klausur zu den Richtlinien der gültigen Leistungsbeurteilungsverordnung (LBVO) verdeutlichen. Dabei wurden auf der waagrechten Achse die Aufgabennummern gereiht nach Lösungsquote (links klein, rechts groß) aufgetragen, auf der senkrechten Achse ist die erreichte Gesamtpunktezahl dargestellt. Aus dieser Abbildung ist klar erkennbar, dass Kandidatinnen und Kandidaten, die in Teil 1 der Klausur zu wenig Punkte für eine positive Note erreicht haben auch in Teil 2 nicht sehr viele Punkte erreichen konnten. Ein schon seit längerer Zeit immer wieder vorgebrachter Vorwurf, dass es viele Schüler/innen gibt, welche nicht genügend Aufgaben aus Teil 1 lösen können, um positiv zu sein, sehr wohl aber in der Lage sind, eine überwiegende Anzahl der Aufgaben aus Teil 2 korrekt zu bearbeiten, kann somit datenbasiert widerlegt werden und liefert so auch ein Argument gegen eine oft geforderte teilzentrale Klausur.

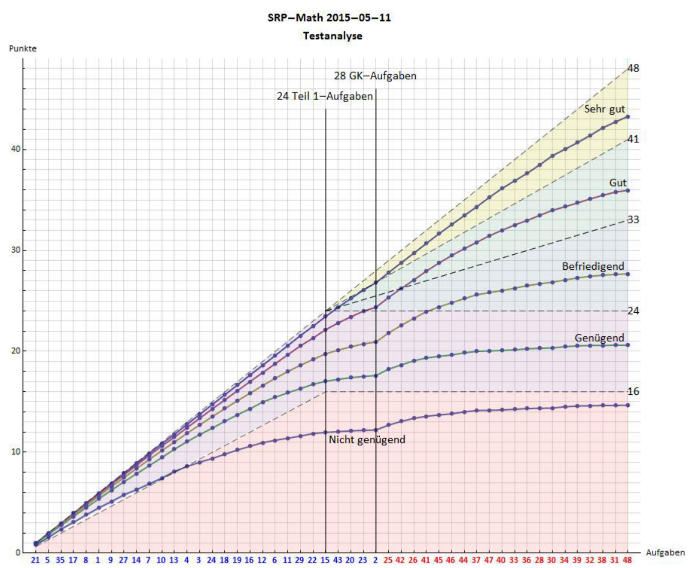


Abb. 5: „Passung“ zur LBVO, Prüfungstermin 1_2015

Weitere testtheoretische Analysen der Itemergebnisse haben keinerlei Auffälligkeiten einzelner Aufgabenstellungen gezeigt. Es konnte lediglich festgestellt werden, dass offene Aufgaben tendenziell schwieriger in der Bearbeitung zu sein scheinen als geschlossene – eine Feststellung, die mit den Daten der folgenden Klausurtermine noch verifiziert werden muss. Insgesamt konnten aber keine Items festgemacht werden, die tendenziell eine Subgruppe benachteiligen würden. Analysiert wurden dabei die Parameter Antwortformat, Geschlecht, Inhaltsbereich und Schulform.

2.1 Analyse auf Itemebene

Der folgende Abschnitt konzentriert sich auf einzelne ausgewählte Aufgaben aus dem Prüfungstermin 1_2015. Abbildung 6 zeigt die Lösungsquoten der einzelnen Items (Teil 1) bzw. Subitems (Teil 2). Die rot markierten Säulen stellen dabei die Grundkompetenz- bzw. Ausgleichspunkte dar.

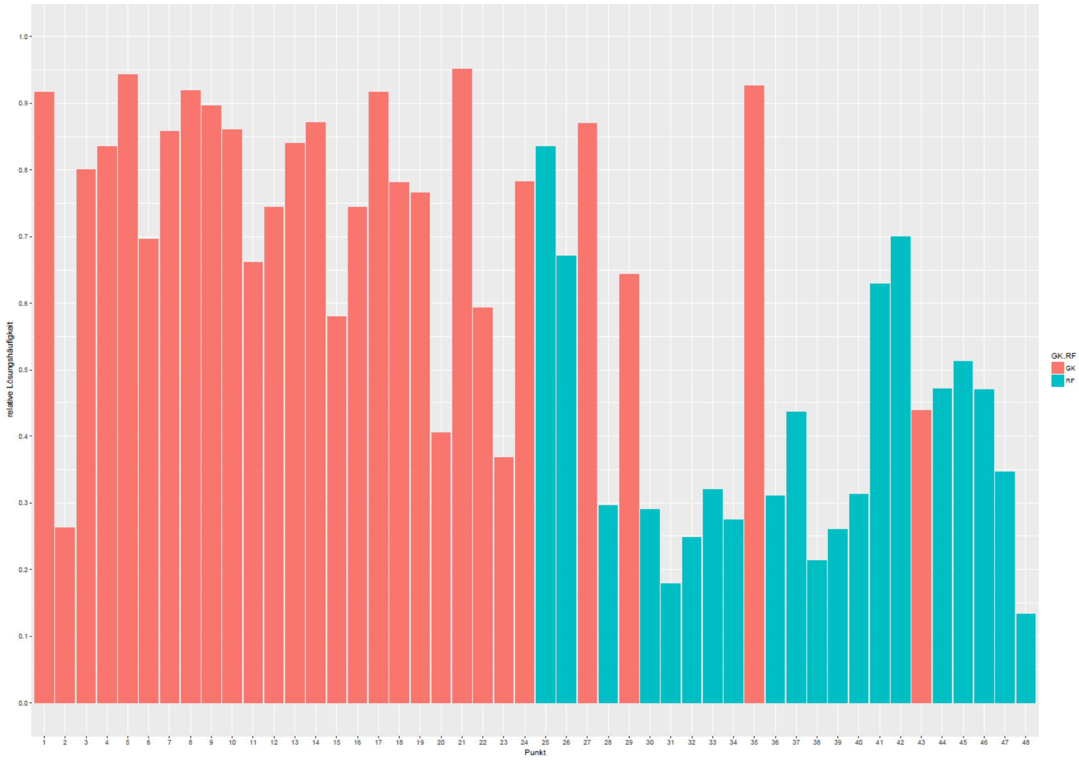


Abb. 6: Lösungsquoten auf Itemebene Prüfungstermin 1_2015

Die Einstiegsaufgabe *Taschengeld* (Abbildung 7) wird der Grundkompetenz AG 2.1 (Konzept 2013, S. 7) zugeordnet.

> **Taschengeld**
>
> Tim hat x Wochen lang wöchentlich € 8, y Wochen lang wöchentlich € 10 und z Wochen lang wöchentlich € 12 Taschengeld erhalten.
>
> Aufgabenstellung:
>
> Geben Sie in Worten an, was in diesem Zusammenhang durch den Term $\frac{8x + 10y + 12z}{x + y + z}$ dargestellt wird!

Abb. 7: Aufgabe 1 aus dem Prüfungstermin 1_2015

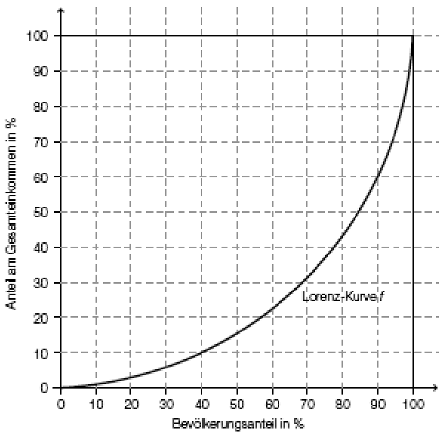
Diese Aufgabe hat mit ca. 92 % eine hohe Lösungsquote. Die Schüler/innen mussten dabei einen Term interpretieren, der die Höhe des durchschnittlichen wöchentlichen Taschengeldes in Euro angibt. Der Kontext ist für die Schüler/innen durchaus alltagsrelevant und passt sehr gut zur hinter dem Konzept liegenden bildungstheoretischen Orientierung (siehe auch Konzept 2013). Die Herausforderung dieser Aufgabenstellung lag sicher darin, dass die Antwort selbst formuliert werden musste. Dies zeigte sich auch in den gestellten Helpdeskanfragen, deren Analyse ergab, dass im Unterricht auf die Kultur des „korrekten sinngemäßen Interpretierens“ verstärkt Augenmerk gelegt werden sollte.

Als nächstes Beispiel wird die Aufgabe 8 (*Lorenzkurve*) betrachtet.

Lorenz-Kurve

Die in der unten stehenden Abbildung dargestellte Lorenz-Kurve kann als Graph einer Funktion f verstanden werden, die gewissen Bevölkerungsanteilen deren jeweiligen Anteil am Gesamteinkommen zuordnet.

Dieser Lorenz-Kurve kann man z. B. entnehmen, dass die einkommensschwächsten 80 % der Bevölkerung über ca. 43 % des Gesamteinkommens verfügen. Das bedeutet zugleich, dass die einkommensstärksten 20 % der Bevölkerung über ca. 57 % des Gesamteinkommens verfügen.



Quelle: http://www.lai.fu-berlin.de/e-learning/projekte/vwl_basiswissen/Umverteilung/Gini_Koeffizient/index.html [21.01.2015] (adaptiert)

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für die oben dargestellte Lorenz-Kurve zutreffenden Aussagen an!

Die einkommensstärksten 10 % der Bevölkerung verfügen über ca. 60 % des Gesamteinkommens.	☐
Die einkommensstärksten 40 % der Bevölkerung verfügen über ca. 90 % des Gesamteinkommens.	☐
Die einkommensschwächsten 40 % der Bevölkerung verfügen über ca. 10 % des Gesamteinkommens.	☐
Die einkommensschwächsten 60 % der Bevölkerung verfügen über ca. 90 % des Gesamteinkommens.	☐
Die einkommensschwächsten 90 % der Bevölkerung verfügen über ca. 60 % des Gesamteinkommens.	☐

Abb. 8: Aufgabe 8 aus dem Prüfungstermin 1_2015, Grundkompetenz FA 1.4

Die Lösungsquote von über 92% war für diese Aufgabe unerwartet hoch, da aus vielen Rückmeldungen von Lehrerinnen und Lehrern zu den Aufgaben der schriftlichen Reifeprüfung allgemein doch angenommen werden musste, dass die Schüler/innen vor allem Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Aufgaben mit größerem Textanteil haben. Trotz des sicher nicht für alle Schüler/innen vertrauten Kontextes und der für die Beantwortung der Aufgabenstellung zweimaligen Transferleistung, erreichte diese Aufgabe eine der fünf besten Lösungsquoten in Teil 1. Das MC-Format („2 aus 5“) könnte dabei hilfreich gewesen sein.

Aufgabe 2 des Prüfungstermins 1_2015 war *Fahrenheit und Celsius* (Abbildung 9).

> **Fahrenheit und Celsius**
>
> Während man in Europa die Temperatur in Grad Celsius (°C) angibt, verwendet man in den USA die Einheit Grad Fahrenheit (°F). Zwischen der Temperatur T_F in °F und der Temperatur T_C in °C besteht ein linearer Zusammenhang.
>
> Für die Umrechnung von °F in °C gelten folgende Regeln:
> - 32 °F entsprechen 0 °C.
> - Eine Temperaturzunahme um 1 °F entspricht einer Zunahme der Temperatur um $\frac{5}{9}$ °C.
>
> **Aufgabenstellung:**
>
> Geben Sie eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen der Temperatur T_F (°F, Grad Fahrenheit) und der Temperatur T_C (°C, Grad Celsius) beschreibt!

Abb. 9: Aufgabe 2 aus dem Prüfungstermin 1_2015

Diese Aufgabe wird der Grundkompetenz AG 2.2 zugeordnet. Sie wies die niedrigste Lösungsquote (26%) in Teil 1 auf. Die Gründe dafür können vielfältig sein. Auch wenn die Schüler/innen den Kontext wahrscheinlich schon aus dem Unterricht der Unterstufe oder aus einer Alltagssituation kennen, so ist bei dieser Aufgabe dennoch ein mehrschrittiges Operieren erforderlich (siehe auch OMA-Einstufung in Abbildung 15a).

Überraschend niedrig waren auch die Lösungsquoten zweier weiterer Aufgaben aus dem Prüfungstermin 1_2015.

> **Nettojahreseinkommen**
>
> Im Jahre 2012 gab es in Österreich unter den etwas mehr als 4 Millionen unselbstständig Erwerbstätigen (ohne Lehrlinge) 40 % Arbeiterinnen und Arbeiter, 47 % Angestellte, 8 % Vertragsbedienstete und 5 % Beamtinnen und Beamte (Prozentzahlen gerundet).
>
> Die folgende Tabelle zeigt deren durchschnittliches Nettojahreseinkommen (arithmetisches Mittel).

	arithmetisches Mittel der Nettojahreseinkommen 2012 (in Euro)
Arbeiterinnen und Arbeiter	14 062
Angestellte	24 141
Vertragsbedienstete	22 853
Beamtinnen und Beamte	35 708

> *Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.) (2014). Statistisches Jahrbuch Österreichs 2015. Wien: Verlag Österreich. S. 246.*
>
> **Aufgabenstellung:**
>
> Ermitteln Sie das durchschnittliche Nettojahreseinkommen (arithmetisches Mittel) aller in Österreich unselbstständig Erwerbstätigen (ohne Lehrlinge)!

Abb. 10: Aufgabe 20 aus dem Prüfungstermin 1_2015, Grundkompetenz WS 1.3

Erwartungswert des Gewinns

Bei einem Gewinnspiel gibt es 100 Lose. Der Lospreis beträgt € 5. Für den Haupttreffer werden € 100 ausgezahlt, für zwei weitere Treffer werden je € 50 ausgezahlt und für fünf weitere Treffer werden je € 20 ausgezahlt. Für alle weiteren Lose wird nichts ausgezahlt.
Unter *Gewinn* versteht man *Auszahlung minus Lospreis*.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns aus der Sicht einer Person, die ein Los kauft!

Abb. 11: Aufgabe 23 des Prüfungstermins 1_2015, Grundkompetenz WS 3.1

Aufgabe 20 (*Nettojahreseinkommen*) konnten nur 40 % der Schüler/innen richtig lösen und Aufgabe 23 (*Erwartungswert eines Gewinns*) wurde nur von 37% der Schüler/innen korrekt bearbeitet, obwohl beide Aufgabenstellungen eher traditionell sind und daher eigentlich aus dem Unterricht vertraut sein könnten. Um auf dieser Ebene weitere Analysen durchführen zu können, wurde für den Prüfungstermin 1_2016 ein Sample an Schülerarbeiten rückgeholt, das Aufschluss über Lösungswege und Bearbeitungsstrategien geben soll.

2.2 Analyse hinsichtlich des Genderaspekts

Da die Ergebnisse der schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik an AHS einen Gendereffekt zeigten, wurde im Anschluss an die Veröffentlichung der Ergebnisse eine Gruppe von Expertinnen des Instituts für Unterrichts- und Schulentwicklung der Universität Klagenfurt beauftragt, tiefere Analysen der Aufgabenstellungen hinsichtlich gendereffektiver Merkmale („Genderfairness“) vorzunehmen. Zusammenfassend kommen die Expertinnen zum Schluss, dass die Aufgabenstellungen der Klausurhefte des Prüfungstermins 1_2015 als genderfair einzustufen sind, d.h. nicht das Testkonstrukt und die Art der Aufgabenstellungen sind für das schlechtere Abschneiden der Mädchen verantwortlich, das Testinstrument macht die Unterschiede lediglich sichtbar. Anzumerken ist außerdem, dass es in Bezug auf den Gendergap eine breite Streuung der Ergebnisse gibt. Dies weist darauf hin, dass Differenzen u.a. von regionalen und standortspezifischen Gegebenheiten und Systemeffekten abhängen. Eine mathematikdidaktische Forschung in diesem Bereich sollte in den kommenden Jahren unbedingt intensiviert werden, um bestehende Forschungsfragen (wie z.B. Wie haben Mädchen/Burschen die einzelnen Aufgaben beantwortet? Wie lassen sich die Schwierigkeiten bei der Aufgabenbearbeitung charakterisieren und kategorisieren? Lässt sich in der Korrektur ein Genderbias erkennen? Wenn ja, zu wessen Vorteil? usw.) beantworten zu können.

2.3 Analyse hinsichtlich der Helpdeskanfragen

Helpdeskanfragen können hinsichtlich auftretender Schwierigkeiten, sowohl jener der Schüler/innen bei der Bearbeitung der Aufgaben, als auch jener der Lehrer/innen bei der Korrektur aufschlussreich sein. Naturgemäß werden vor allem Anfragen zu offenen Aufgabestellungen, bei welchen eine eigenständige Interpretation gefordert ist, gestellt. Im Folgenden werden anhand zweier Aufgabestellungen aus dem Prüfungstermin 1_2015 beispielhaft Schwierigkeiten aufgezeigt.

Aufgabe 10 (*Produktionskosten*) wird der Grundkompetenz FA 2.2 zugeordnet, hatte eine relativ hohe Lösungsquote von 86 % und wies trotzdem die mit Abstand meisten Helpdeskanfragen auf.

> **Produktionskosten**
>
> Ein Betrieb gibt für die Abschätzung der Gesamtkosten $K(x)$ für x produzierte Stück einer Ware folgende Gleichung an: $K(x) = 25x + 12\,000$.
>
> **Aufgabenstellung:**
>
> Interpretieren Sie die beiden Zahlenwerte 25 und 12 000 in diesem Kontext!

Abb. 12: Aufgabe 10 aus dem Prüfungstermin 1_2015

Wie bereits oben erwähnt, bezogen sich hier die Anfragen vor allem darauf, wie weit die Antworten der Schüler/innen noch als (sinngemäß) korrekte Interpretation vor allem des Zahlenwerts 25 gewertet werden konnten. Oft war in den Antworten der Schüler/innen von Preisen anstatt von Kosten die Rede, oder es war aus der Antwort nicht klar erkennbar, dass es sich um „zusätzliche“ Kosten handelt, die pro Stück für die Produktion anfallen, oder der Zahlenwert wurde überhaupt nur als „variable Kosten“ interpretiert. Die dahinter stehende Problematik ist wahrscheinlich, dass Schüler/innen höchstens so exakt formulieren können, wie es ihnen im Unterricht „vorgelebt“ wird.

Blutgruppen ist eine Teil 2-Aufgabe aus dem Prüfungstermin 1_ 2015. Die beiden angeführten Teilaufgaben dieser Aufgabe (Abbildung 13) beziehen sich beide auf die Grundkompetenz WS 4.1 und hatten mit 26,03 % und 31,26 % eine recht niedrige Lösungsquote.

> c) In einer österreichischen Gemeinde, in der 1 800 Einwohner/innen Blut spenden könnten, nahmen 150 Personen an einer freiwilligen Blutspendeaktion teil. Es wird angenommen, dass die Blutspender/innen eine Zufallsstichprobe darstellen. 72 Blutspender/innen hatten Blutgruppe A.
>
> Berechnen Sie aufgrund dieses Stichprobenergebnisses ein symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall für den tatsächlichen (relativen) Anteil p der Einwohner/innen dieser Gemeinde mit Blutgruppe A, die Blut spenden könnten!
>
> Die Breite des Konfidenzintervalls wird vom Konfidenzniveau (Sicherheitsniveau) und vom Umfang der Stichprobe bestimmt. Geben Sie an, wie jeweils einer der beiden Parameter geändert werden müsste, um eine Verringerung der Breite des Konfidenzintervalls zu erreichen! Gehen Sie dabei von einem unveränderten (gleichbleibenden) Stichprobenergebnis aus.

Abb. 13: Aufgabe 3 aus dem Prüfungstermin 1_2015

Beide Aufgabenstellungen beziehen sich auf eine relativ „neuartige“ Grundkompetenz, was durchaus mitverantwortlich für die niedrigen Lösungsquoten sein kann.

Zur ersten Aufgabenstellung gab es kaum Helpdeskanfragen, sicherlich auch deswegen, weil sie durch klassisches Operieren zu lösen ist.

Bei der zweiten Aufgabenstellung gab es mehrere Anfragen, aus denen zwei Problematiken ersichtlich wurden. Einerseits die Schwierigkeiten der Schüler/innen, bei der korrekten Angabe der erwarteten Veränderungen die zu verwendenden Begriffe nicht durcheinander zu bringen. Andererseits wurden offensichtlich auswendig gelernte Zusammenhänge, die keinen Bezug zur Aufgabenstellung aufwiesen, angegeben.

3 Das O-M-A-Modell

Um die Einordnung und Vergleichbarkeit von Prüfungsaufgaben am Ende der Sekundarstufe II im Rahmen der kompetenzorientierten standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Österreich zu ermöglichen, wurde eine Projektgruppe mit der Entwicklung eines Kompetenzstufenmodells beauftragt. In diesem werden die Dimensionen Operieren, Modellieren und Argumentieren auf jeweils vier Komplexitätsstufen begründet unterschieden (vgl. dazu Siller et al 2014). Ziele des Einsatzes eines Kompetenzstufenmodells sind:

- Formulierung von Kompetenzstufen, um Testleistungen inhaltlich vergleichbar zu interpretieren
- Orientierungsgrundlage für die Entwicklung und Einstufung von (Lern- und) Prüfungsaufgaben
- Theoretisch und empirisch begründeter Erwartungshorizont für die Performanz von Schülerinnen und Schülern

Abbildung 14 zeigt die Handlungsbereiche und Komplexitätsstufen des bei der schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik zum Einsatz kommenden O-M-A-Modells.

Stufe	Operieren	Modellieren	Argumentieren
1	• Identifizieren der Anwendbarkeit eines gegebenen bzw. vertrauten Verfahrens • Abarbeiten / Ausführen einer gegebenen bzw. vertrauten Vorschrift	• Identifizieren eines Darstellungswechsels zwischen Kontext und mathematischer Repräsentation und umgekehrt • Realisieren eines Darstellungswechsels zwischen Kontext und mathematischer Repräsentation und umgekehrt	• einfache fachsprachliche Begründung ausführen (realisieren), durch die Verwendung eines Begriffs, Zusammenhangs oder Verfahrens um ein Ergebnis zu begründen bzw. eine Aussage zu verifizieren • verständliche/vertraute Aussagen (über Zusammenhänge oder Verfahren) auf eine gegebene innermathematische Situation prüfen und entscheiden • die Passung eines Begriffs auf eine gegebene (innermathematische) Situation prüfen (Verwendung von Operatoren) • Beispiele und Gegenbeispiele zu mathematischen Aussagen finden
2	• Abarbeiten / Ausführen mehrschrittiger Verfahren / Vorschriften • Nutzung von Technologie zum Abarbeiten/Ausführen mehrschrittiger Verfahren/ Vorschriften wird erwartet	• Verwendung vertrauter und direkt erkennbarer Standard-Modelle unter der Berücksichtigung (dem Setzen) von Rahmenbedingungen • Erkennen unter welchen Voraussetzungen die erzielten Ergebnisse unter Einsatz des mathematischen Standard-Modells zur Situation passen • Deuten der math. Resultate im gegebenen Kontext • (deskriptive) Beschreibung der vorgegebenen Situation durch mathematische Standardmodelle	• Nachvollziehen mathematischer Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen in Argumentationsketten und Kontexten • Erläutern mathematischer Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen in Argumentationsketten und Kontexten
3	• Erkennen ob ein bestimmtes Verfahren / eine bestimmte Vorschrift für eine gegeben Situation passt • das Verfahren / die Vorschrift passend machen und ausführen	• Anwenden von Standard-Modellen auf neuartige Situationen • Finden einer Passung zwischen geeignetem mathematischen Modell und realer Situation	• fachlich und fachsprachlich korrekte Formulierung und Erklärung von mathematischen Sachverhalten • mehrschrittige mathematische Argumentationen punktuell prüfen bzw. vervollständigen • mehrschrittige mathematische Standard-Argumentationen durchführen und analog zu bekannten Mustern notieren • unterschiedliche Begründungen eines Sachverhaltes vergleichen und beurteilen
4	• Makros[1] entwickeln/bilden und bereits verfügbare Makros neu zusammenfügen	• komplexe Modellierung einer vorgegebenen Situation; Reflexion der Lösungsvarianten bzw. der Modellwahl und Beurteilung der Exaktheit bzw. Angemessenheit zugrunde gelegter Lösungsverfahren	• eigenständige Argumentationsketten aufbauen • eine Beweisidee bzw. Vorgehensstrategie einer Herleitung erläutern • Begründung von Resultaten und Entscheidungen (z.B. auch über ein gewähltes Beweisverfahren; Unterscheidung z.B. zwischen Existenz- und Allaussagen) • Erklären von Gültigkeitsbereichen bestimmter Aussagen

Abb. 14: Kompetenzstufenmodell O-M-A (vgl. dazu auch weiterführende Quellen)

Zurzeit wird das O-M-A-Modell u.a. für die Erstellung und Auswahl von Prüfungsaufgaben verwendet. Gleichzeitig wird an einer empirischen Validierung des Modells anhand der erhobenen Daten gearbeitet. In den Abbildungen 15a und 15b werden die Einordnung der einzelnen Aufgabenstellungen der Prüfungstermine 1 2015 und 2016 in das O-M-A-Modell dargestellt.

[1] aggregierte mathematische Vorschriften

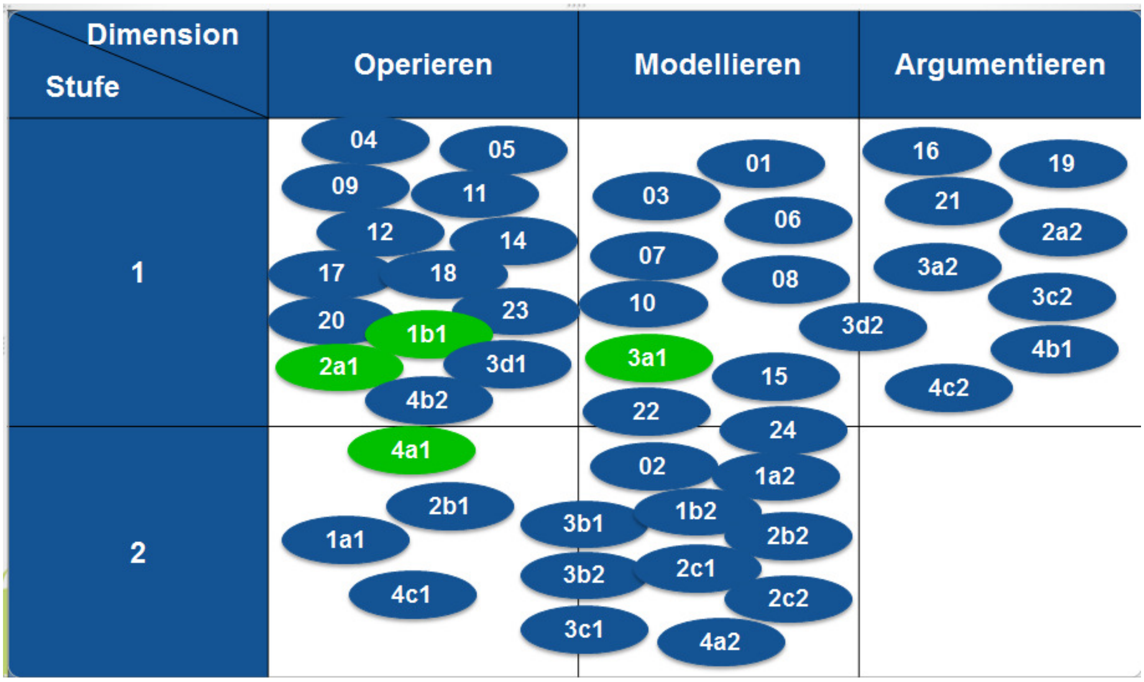


Abb. 15a: Einordnung der Aufgaben aus dem Prüfungstermin 1_2015 in das O-M-A-Modell

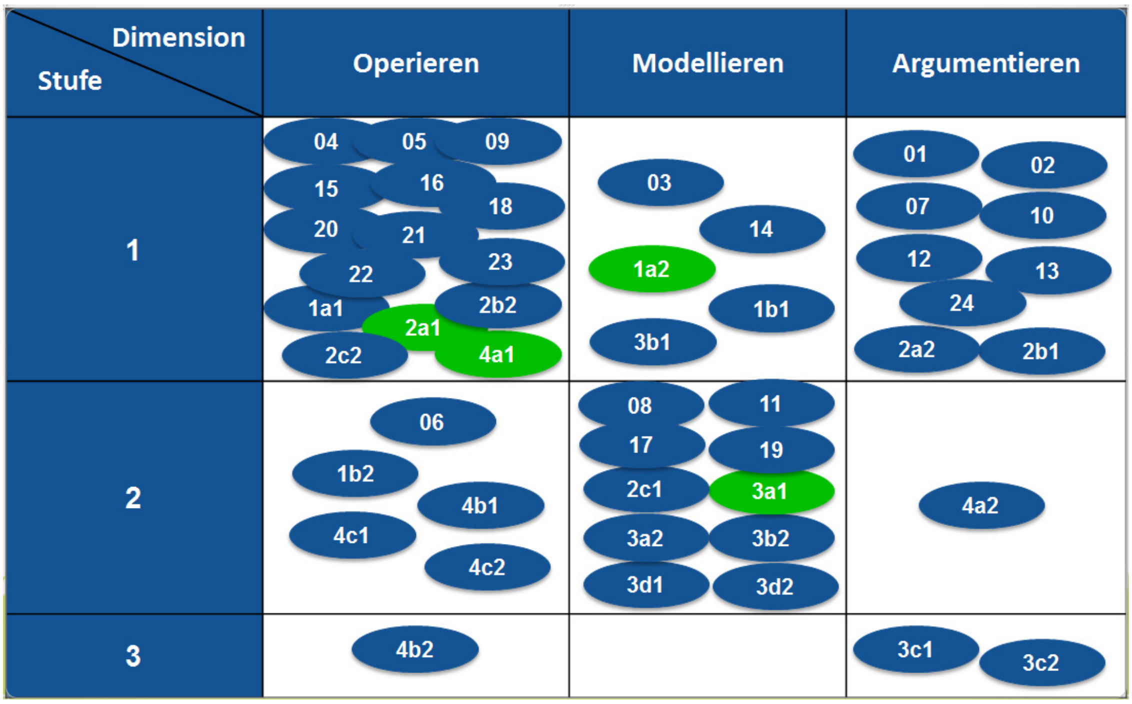


Abb. 15b: Einordnung der Aufgaben aus dem Prüfungstermin 1_2016 in das O-M-A-Modell

Die Einstufung der Aufgaben in das O-M-A-Modell ermöglicht es (neben der Zuordnung zu den einzelnen Grundkompetenzen und den Ergebnissen aus den Feldtestungen) eine weitere Kennzahl (einer Prüfungsaufgabe) zu generieren. Es soll ein zusätzliches Hilfsmittel zum „Konstanthalten des Schwierigkeitsgrades“ von Klausurheften sein. Prinzipiell werden Prüfungsaufgaben den Stufen 1 bis

3 zugeordnet, eine Ausgewogenheit der Handlungsaspekte in den einzelnen Prüfungsterminen wird angestrebt.

Zur Verdeutlichung der Einordnung von Aufgaben in das vorliegende Kompetenzstufenmodell soll die Aufgabe *Kredit* aus dem Prüfungstermin 1_2015 gezeigt werden (Abbildung 17). Diese wird der Grundkompetenz AN 1.4 und im O-M-A-Modell der Stufe M 1 zugeordnet, da es hierbei um einen Darstellungswechsel zwischen Kontext und mathematischer Repräsentation geht.[2]

> Kredit
>
> Ein langfristiger Kredit soll mit folgenden Bedingungen getilgt werden: Der offene Betrag wird am Ende eines jeden Jahres mit 5 % verzinst, danach wird jeweils eine Jahresrate von € 20.000 zurückgezahlt.
>
> Aufgabenstellung:
>
> y_2 stellt die Restschuld nach Bezahlung der zweiten Rate zwei Jahre nach Kreditaufnahme dar, y_3 die Restschuld nach Bezahlung der dritten Rate ein Jahr später.
> Stellen Sie y_3 in Abhängigkeit von y_2 dar!
>
> y_3 = ____________________

Abb. 17: Aufgabe 15 aus dem Prüfungstermin 1_2015, Lösungsquote ca. 58%.

3 Verpflichtender Einsatz höherer Technologie ab dem Haupttermin 2018

In der Prüfungsordnung werden aufsteigend ab dem Haupttermin 2018 (Prüfungstermin 1_2018) gewisse Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel explizit festgelegt (§ 18 Abs. 3, Prüfungsordnung AHS), die von numerischen Taschenrechnern nicht mehr abgedeckt werden: Darstellen von Funktionsgraphen, numerisches Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, Ermitteln von Ableitungs- und Stammfunktionen, numerisches Integrieren sowie das Bereitstellen von stochastischen Grundfunktionen.

Nach derzeit geltender Übergangsregelung werden die Prüfungsaufgaben so erstellt,

1. dass sie grundsätzlich auch ohne Hilfsmittel mit den oben genannten Zusatzfunktionen bearbeitet werden können und
2. dass darüber hinaus das Anforderungsniveau und der Bearbeitungsaufwand grundsätzlich nicht von den zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln abhängen.

Ab dem Prüfungstermin 1_2018 fallen diese beiden einschränkenden Bedingungen für die Aufgabenerstellung weg. Entsprechende Anpassungen werden in der Neuauflage des Konzepts „Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik – Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung der Grundkompetenzen (Stand: Oktober 2015)“ (Konzept 2015) in den jeweiligen Anmerkungen vorgenommen. Dabei ist zu betonen, dass weder das der Prüfung zugrunde liegende Konzept noch der Katalog der Grundkompetenzen verändert wurden. Insbesondere werden auch keine speziellen Technologiekompetenzen direkt durch entsprechende Aufgabenstellungen überprüft werden (vgl. Begleitschreiben Technologieeinsatz Mathematik).

[2] Für weitere Ausführungen zum O-M-A-Modell bitte die angeführte Literatur beachten.

Eine mögliche Aufgabenstellung, die durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel mit bestimmten Minimalanforderungen einfacher bearbeitet werden kann, soll im Folgenden dargestellt werden (Abbildung 18).

Eine Saturn V hatte die Startmasse $m_0 = 2{,}9 \cdot 10^6$ kg. Innerhalb von 160 s nach dem Start wurden die $2{,}24 \cdot 10^6$ kg Treibstoff der ersten Stufe gleichmäßig verbrannt. Diese ersten 160 s werden als Brenndauer der ersten Stufe bezeichnet. Die Geschwindigkeit $v(t)$ (in m/s) einer Saturn V kann t Sekunden nach dem Start während der Brenndauer der ersten Stufe näherungsweise durch die Funktion v mit

$$v(t) = 0{,}0000000283 \cdot t^5 - 0{,}00000734 \cdot t^4 + 0{,}000872 \cdot t^3 - 0{,}00275 \cdot t^2 + 2{,}27 \cdot t$$

beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

a) Berechnen Sie die Beschleunigung einer Saturn V beim Start und am Ende der Brenndauer der ersten Stufe!

Geben Sie an, ob die Beschleunigung der Rakete nach der halben Brenndauer der ersten Stufe kleiner oder größer als die mittlere Beschleunigung (= mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit) während der ersten 160 Sekunden des Flugs ist! Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Geschwindigkeitsfunktion!

Möglicher Lösungsweg

a) $a(0) = v'(0) = 2{,}27$ m/s^2
$a(160) = v'(160) = 40{,}83$ m/s^2

Bestimmt man die zur Sekante parallele Tangente, so liegt die Stelle des zugehörigen Berührpunktes rechts von $t = 80$. Aus der Linkskrümmung der Funktion v folgt daher, dass die Beschleunigung nach 80 Sekunden kleiner als die mittlere Beschleunigung im Intervall [0 s; 160 s] ist.

Weitere mögliche Begründung:
Die mittlere Beschleunigung (= Steigung der Sekante) in [0; 160] ist größer als die Momentanbeschleunigung (= Steigung der Tangente) bei $t = 80$.

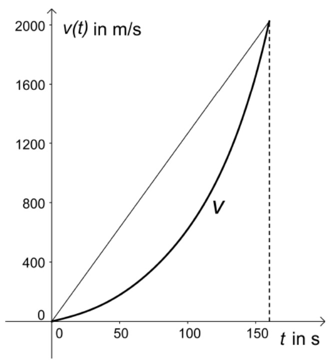


Abb. 18: Saturn-V-Rakete aus dem Aufgabenpool Mathematik AHS

Höhere Technologie ist bei diesen beiden Aufgabenstellungen einerseits bei der Berechnung der Beschleunigung, andererseits aber auch bei der geforderten Begründung offensichtlich hilfreich. Für Schüler/innen, die geschickt mit höherer Technologie umgehen, stehen gleich mehrere Herangehensweisen zum Bearbeiten der Begründungsaufgabe zur Verfügung.

Der Grundkompetenzbereich FA 1 (*Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften*, Konzept 2015, S. 9) ist einer jener Bereiche, in dem die Sinnhaftigkeit des Einsatzes elektronischer Hilfsmittel verdeutlicht werden kann. Komplexere Aufgabenstellungen werden hinsichtlich der darin gestellten Rechenanforderungen nicht mehr durch bestimmte algebraische Grundkompetenzen beschränkt, sofern diese nicht im Fokus der Aufgabe stehen. Bislang durften Aufgabenstellungen nur jene Fälle enthalten, die auch mit den im Bereich *Algebra und Geometrie* angeführten rechnerischen Mitteln zu bewältigen waren. Mit Hilfe der erweiterten Rechnerfunktionen können nun mathematische Modelle in den Mittelpunkt gestellt und der Fokus auf das „verständige Arbeiten" gelegt werden. Dies spielt auch z.B. bei der Grundkompetenz FA 1.5 (Eigenschaften von Funktionen erkennen, ...) eine wesentliche Rolle. Die Bearbeitung derartiger Aufgaben wird durch den Einsatz grafikfähiger Rechner wesentlich unterstützt.

Grundsätzlich soll betont werden, dass technologische Hilfsmittel nur dann von Vorteil sind, wenn sie auch verständig eingesetzt werden.

Natürlich muss Zeit mit in die Unterrichtsplanung einkalkuliert werden, in der der verständige Umgang mit Technologie geübt und trainiert wird. Der Einsatz höherer Technologie sollte aber nicht zum Selbstzweck werden, sondern immer als Möglichkeit dienen, verstärkt den Fokus auf mathematisches Verständnis legen zu können.

4 Schlussbemerkung

> „Die Grundideen der neuen Reifeprüfung, die im Rahmen der schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik umgesetzt werden, sind jene der Standardisierung und der Kompetenzorientierung. Mit der Einführung der SRP in Österreich erfolgte eine lang vorbereitete Reformmaßnahme, die den Übergang von einem inputgesteuerten Schulsystem zu einem System mit Outputorientierung vollzog. Wurden in den Jahren davor die Schwerpunkte der Schulentwicklung in der Sekundarstufe vor allem in den Bereichen Schulautonomie, neue Lernformen, Individualisierung und Differenzierung gelegt, so setzt die verpflichtende Durchführung der neuen Reifeprüfung einen neuen Standard. Erstmals gibt es ein Instrument, mit dem der Output eines Systems – zumindest in Teilbereichen – direkt sichtbar wird. [...]
>
> Für das Fach Mathematik an AHS war der Umbruch, der im Unterricht auf Basis der neuen Rahmenbedingungen erfolgen sollte, wahrscheinlich über alle Fächer gesehen am gravierendsten. Die Umstellung weg von der Reproduktion von gelernten Aufgaben in Prüfungssituationen hin zu einer kompetenzorientierten Unterrichts- und Prüfungskultur scheint in diesem Fach nicht allen beteiligten Akteurinnen und Akteuren leicht zu fallen. Insgesamt kann aus dem Projektverlauf und den Analysen der Schluss gezogen werden, dass die SRP in Mathematik (AHS) eine große Umstellung „im System" bedingt hat und damit sicher zu einer Weiterentwicklung des Unterrichts beigetragen hat." (Sattlberger, Steinfeld 2016)

Die Umstellungsphase kann aber durchaus als abgeschlossen betrachtet werden. In den kommenden Jahren wird es vor allem darum gehen, eine Evaluation der Konzepte und Prüfungsergebnisse durchzuführen, um in einem gezielten Erneuerungsprozess den Anforderungen des Faches im Bereich Unterricht und Schule gerecht zu werden.

5 Quellen

Aufgabenpool Mathematik AHS. Saturn-V-Rakete. Typ 2-Aufgabe. Verfügbar unter: https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php?action=14&cmd=1&sbm_search=1&TYP=2&rc=29&offset=20 [abgerufen am 2.1.2017]

Konzept (2013). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen.* Wien. Verfügbar unter: https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Bgleitmaterial/07_MAT/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf [abgerufen am 2.1.2017]

Konzept (2015). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen.* Wien. Verfügbar unter: https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Bgleitmaterial/07_MAT/srdp_ma_konzept_neuauflage_2018_2015-10-19.pdf [abgerufen am 2.1.2017]

Prüfungsordnung AHS. Verfügbar unter: https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20007845 [abgerufen am 2.1.2017]

Prüfungstermin 1_2015. BIFIE (Hrsg.) (2015). *Haupttermin 2014/15*. Wien. Verfügbar unter https://www.srdp.at/downloads/dl/haupttermin-201415-mathematik-ahs/ [abgerufen am 2.1.2017]

Sattlberger, E.; Steinfeld, J. (2016): *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik an Gymnasien in Österreich*. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Heft 101, S. 18–25.

Siller, H.-S.; Bruder, R.; Linnemann, T.; Hascher, T.; Sattlberger, E.; Steinfeld, J.; Schodl, M. (2014). *Stufung mathematischer Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe II – Konkretisierung einer Stufenmodellierung*. In: Roth, J.; Ames, J. (Hg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2014. Vorträge auf der 48. Tagung für Didaktik der Mathematik. S. 1135–1138. Münster: WTM.

Technologieeinsatz Mathematik ab dem Haupttermin 2018. Begleitschreiben zum Erlass BMBF-11.012/0260-I/3/2015.

Weiterführende Quellen

Linnemann, T.; Bruder, R.; Hascher, T.; Siller, H.-S.; Steinfeld, J.; Sattlberger, E. (2015): *Kompetenzstufenmodellierung am Ende der Sekundarstufe II*. In: H. Linneweber-Lammerskitten (Hg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2015. Münster: WTM.

Siller, H.-S.; Bruder, R.; Hascher, T.; Linnemann, T.; Steinfeld, J.; Sattlberger, E. (2016): *Kompetenzstufenmodell zu Reifeprüfungsaufgaben und deren Eignung für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht*. In: Keller, S.; Reintjes, C. (Hg.): Aufgaben als Schlüssel zur Kompetenz – Didaktische Herausforderung, wissenschaftliche Zugänge und empirische Befunde. Münster: Waxmann.

Siller, H.-S.; Bruder, R.; Linnemann, T.; Hascher, T.; Steinfeld, J.; Sattlberger, E. (2016): *Competency level modeling for school leaving examination*. In: Krainer, K.; Vondrova, N. (Hg.): CERME 9 – Ninth Congress of the European Society in Research in Mathematics Education. Feb 2015, Prague, Czech Republic. S. 2716–2723. Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Abrufbar unter: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01289473. Münster: WTM.

Sattlberger, E.; Steinfeld, J.; Bruder, R.; Linnemann, T.; Hascher, T; Siller, H.-S. (2016): *Theoriegeleitete und empirisch fundierte Kompetenzstufenmodelle – Ergebnisse der Matura 2015 aus der Perspektive des Kompetenzstufenmodells O-M-A*. In: Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2016. Münster: WTM.